B102·04184(通卡)

绝密★启用前

2020年8月高等教育自学考试全国统一命题考试

线性代数(经管类)

（课程代码　04184）

注意事项：

1. 本试卷分为两部分，第一部分为选择题，第二部分为非选择题。
2. 应考者必须按试题顺序在答题卡（纸）指定位置上作答，答在试卷上无效。
3. 涂写部分、画图部分必须使用2B铅笔，书写部分必须使用黑色字迹签字笔。

说明：在本卷中，A^{T}表示矩阵A的转置矩阵，A^{*}表示矩阵A的伴随矩阵，E是单位矩阵，$|A|$表示方阵A的行列式，$r(A)$表示矩阵A的秩.

第一部分　选择题

一、单项选择题：本大题共5小题，每小题2分，共10分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的，请将其选出。

1. 设$\alpha_1,\alpha_2,\beta_1,\beta_2$是3维列向量，且行列式$|\alpha_1,\alpha_2,\beta_1|=m$，$|\alpha_1,\beta_2,\alpha_2|=n$，则行列式$|\alpha_1,\alpha_2,\beta_1+\beta_2|=$

   A. $m-n$　　B. $n-m$

   C. $m+n$　　D. mn

2. 设A为3阶矩阵，将A的第2列与第3列互换得到矩阵B，再将B的第1列的(-2)倍加到第3列得到单位矩阵E，则$A^{-1}=$

   A. $\begin{pmatrix}1&2&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}$　　B. $\begin{pmatrix}1&-2&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}$

   C. $\begin{pmatrix}1&0&-2\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}$　　D. $\begin{pmatrix}1&0&2\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}$

3．设向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性无关，而向量组$\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$线性相关，则

A．α_1必可由$\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$线性表出　　B．$\alpha_2$必可由$\alpha_1,\alpha_3,\alpha_4$线性表出

C．α_3必可由$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_4$线性表出　　D．$\alpha_4$必可由$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性表出

4．若3阶可逆矩阵A的特征值分别是$1,-1,2$，则$|A^{-1}|=$

A．-2　　B．$-\frac{1}{2}$

C．$\frac{1}{2}$　　D．2

5．二次型$f(x_1,x_2,x_3)=x_2^2+2x_1x_3$的规范形是

A．$z_1^2+z_2^2+z_3^2$　　B．$z_1^2+z_2^2-z_3^2$

C．$z_1^2-z_2^2-z_3^2$　　D．$-z_1^2-z_2^2-z_3^2$

第二部分　非选择题

二、填空题：本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分。

6．已知行列式 $D=\begin{vmatrix}1&2&3&4\\2&1&5&2\\3&6&-7&8\\4&2&3&6\end{vmatrix}$，其代数余子式为 $A_{ij}\ (i,j=1,2,3,4)$，

则 $3A_{11}+6A_{12}-7A_{13}+8A_{14}=$____________.

7．行列式 $\begin{vmatrix}0&0&0&a_1\\0&0&a_2&b_2\\b_3&a_3&0&0\\a_4&0&0&0\end{vmatrix}=$____________.

8．设矩阵 $\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{P}_1=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{P}_2=\begin{pmatrix}1&0\\1&1\end{pmatrix}$，若矩阵 $\boldsymbol{A}$ 满足 $\boldsymbol{AP}_1\boldsymbol{P}_2=\boldsymbol{B}$，

则 $\boldsymbol{A}=$ ____________.

9．已知矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1&5&0\\1&4&0\\0&0&3\end{pmatrix}$，则 $\boldsymbol{A}^{-1}=$ ____________.

10．设向量组 $\alpha_1=(1,1,a)^{\mathrm{T}}$，$\alpha_2=(1,a,1)^{\mathrm{T}}$，$\alpha_3=(a,1,1)^{\mathrm{T}}$ 的秩为 3，则数 a 的取值应满足____________.

11．与向量 $\alpha_1=(1,1,1)^{\mathrm{T}},\alpha_2=(1,2,-1)^{\mathrm{T}}$ 都正交的任意非零向量 $\alpha=$____________.

12．设 $\boldsymbol{A}$ 为 3×4 矩阵，$\mathrm{r}(\boldsymbol{A})=3$，若 η_1,η_2 为非齐次线性方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$ 的解且 $\eta_1\neq\eta_2$

则其导出组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{0}$ 的通解为 $\boldsymbol{x}=$____________.

13．若线性方程组 $\begin{cases}x_1+3x_2+ax_3=1\\2x_1+6x_2-8x_3=1\end{cases}$ 无解，则数 $a=$____________.

14．设 2 阶矩阵 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 相似，若 $\boldsymbol{A}$ 的特征值为 -3 和 2，则 $|\boldsymbol{B}^2|=$____________.

15．二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=5x_1^2+x_2^2+ax_3^2+4x_1x_2-2x_1x_3-2x_2x_3$ 正定，则数 a 的取值范围为____________.

三、计算题：本大题共 7 小题，每小题 9 分，共 63 分。

16．设 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 为 2 维列向量，令 $A=(\alpha_1,\alpha_3), B=(2\alpha_2,3\alpha_3)$，且已知 $|A|=\frac{1}{2}, |B|=-2$，求行列式 $|A+B|$ 的值.

17．已知矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&-1\\-1&1\end{pmatrix}$，求 $2A^2+3A-4E$.

18．已知矩阵 $A=\begin{pmatrix}0&0&0&1\\0&0&1&a\\0&1&a&a^2\\1&a&a^2&a^3\end{pmatrix}$，求 A^{-1}.

19．求向量组 $\alpha_1=(1,-1,2,1)^{\mathrm{T}}$，$\alpha_2=(1,0,2,2)^{\mathrm{T}}$，$\alpha_3=(0,2,1,1)^{\mathrm{T}}$，$\alpha_4=(1,0,3,1)^{\mathrm{T}}$，$\alpha_5=(-1,5,-1,2)^{\mathrm{T}}$ 的秩和一个极大线性无关组，并将向量组中的其余向量由该极大线性无关组线性表出.

20．设 4 元非齐次线性方程组 $Ax=b$ 的增广矩阵经初等行变换化为

$$(A,b)\to\left(\begin{array}{cccc:c}1&-1&0&1&0\\0&2&-1&3&-1\\0&0&a-2&0&a-2\\0&0&0&c+1&0\end{array}\right)$$

讨论 a,c 为何值时方程组有无穷多解并求出其通解（要求用其一个特解和导出组的基础解系表示）.

21．设矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&-1&-1\\-3&0&2\\-3&1&1\end{pmatrix}$，试判定 A 是否可对角化，并说明理由.

22．已知二次型 $f(x_1,x_2)=-3x_1^2+4x_1x_2$ 分别经可逆线性变换

$$\begin{cases}x_1=y_1+\frac{2}{3}y_2\\x_2=\quad\quad y_2\end{cases}\quad 和 \quad\begin{cases}x_1=z_1-2z_2\\x_2=2z_1+z_2\end{cases}$$

化为标准形Ⅰ与Ⅱ. 求

（1）标准形Ⅰ与Ⅱ;

（2）可逆线性变换 $y=Cz$，将标准形Ⅰ化为标准形Ⅱ.

四、证明题：本题 7 分。

23．设 A 为 n 阶矩阵，α_1,α_2 分别是 A 的属于特征值 λ_1,λ_2 的特征向量，且 $\lambda_1\neq\lambda_2$. 证明当 λ_1,λ_2 均不为零时，向量组 $A\alpha_1,A\alpha_2$ 线性无关.

绝密★启用前

2020年8月高等教育自学考试全国统一命题考试

线性代数（经管类）试题答案及评分参考

（课程代码　04184）

一、单项选择题：本大题共5小题，每小题2分，共10分。

1．A　　2．C　　3．D　　4．B　　5．B

二、填空题：本大题共10小题，每小题2分，共20分。

6．0

7．$a_1a_2a_3a_4$

8．$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$

9．$\begin{pmatrix} -4 & 5 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$

10．$a \neq -2$ 且 $a \neq 1$

11．$k(-3,2,1)^{\mathrm{T}}$，k是不为零的任意常数

12．$c(\boldsymbol{\eta}_1-\boldsymbol{\eta}_2)$, c为任意常数

13．-4

14．36

15．$a>2$

三、计算题：本大题共7小题，每小题9分，共63分。

16．解　由于$\boldsymbol{A}=(\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_3), \boldsymbol{B}=(2\boldsymbol{\alpha}_2,3\boldsymbol{\alpha}_3)$，且已知$|\boldsymbol{A}|=\frac{1}{2}, |\boldsymbol{B}|=-2$，故

$|\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}|=|\boldsymbol{\alpha}_1+2\boldsymbol{\alpha}_2, 4\boldsymbol{\alpha}_3|=|\boldsymbol{\alpha}_1, 4\boldsymbol{\alpha}_3|+|2\boldsymbol{\alpha}_2, 4\boldsymbol{\alpha}_3|$　　……5分

$=4|\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_3|+\frac{4}{3}|2\boldsymbol{\alpha}_2,3\boldsymbol{\alpha}_3|$

$=4|\boldsymbol{A}|+\frac{4}{3}|\boldsymbol{B}|=4\times\frac{1}{2}+\frac{4}{3}\times(-2)=-\frac{2}{3}$　　……9分

17．解 $A^2=\begin{pmatrix}1&-1\\-1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-1\\-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&-2\\-2&2\end{pmatrix}$ ……3 分

$$2A^2+3A-4E=2\begin{pmatrix}2&-2\\-2&2\end{pmatrix}+3\begin{pmatrix}1&-1\\-1&1\end{pmatrix}-4\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}3&-7\\-7&3\end{pmatrix}$$ ……9 分

18．解 $\left(\begin{array}{cccc|cccc}0&0&0&1&1&0&0&0\\0&0&1&a&0&1&0&0\\0&1&a&a^2&0&0&1&0\\1&a&a^2&a^3&0&0&0&1\end{array}\right)\to\left(\begin{array}{cccc|cccc}1&a&a^2&a^3&0&0&0&1\\0&1&a&a^2&0&0&1&0\\0&0&1&a&0&1&0&0\\0&0&0&1&1&0&0&0\end{array}\right)$ ……2 分

$$\to\left(\begin{array}{cccc|cccc}1&0&0&0&0&0&-a&1\\0&1&a&a^2&0&0&1&0\\0&0&1&a&0&1&0&0\\0&0&0&1&1&0&0&0\end{array}\right)\to\left(\begin{array}{cccc|cccc}1&0&0&0&0&0&-a&1\\0&1&0&0&0&-a&1&0\\0&0&1&a&0&1&0&0\\0&0&0&1&1&0&0&0\end{array}\right)$$

$$\to\left(\begin{array}{cccc|cccc}1&0&0&0&0&0&-a&1\\0&1&0&0&0&-a&1&0\\0&0&1&0&-a&1&0&0\\0&0&0&1&1&0&0&0\end{array}\right)$$ ……7 分

从而 $A^{-1}=\begin{pmatrix}0&0&-a&1\\0&-a&1&0\\-a&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$ ……9 分

19．解 由 $(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5)=\begin{pmatrix}1&1&0&1&-1\\-1&0&2&0&5\\2&2&1&3&-1\\1&2&1&1&2\end{pmatrix}$ ……2 分

$$\to\begin{pmatrix}1&0&0&2&-3\\0&1&0&-1&2\\0&0&1&1&1\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$$ ……6 分

可知该向量组的秩为 3，$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 为一个极大线性无关组，并且有

$\alpha_4=2\alpha_1-\alpha_2+\alpha_3$，$\alpha_5=-3\alpha_1+2\alpha_2+\alpha_3$. ……9 分

（答案不惟一）

17．**解** $\boldsymbol{A}^2=\begin{pmatrix}1&-1\\-1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-1\\-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&-2\\-2&2\end{pmatrix}$ ……3 分

$$2\boldsymbol{A}^2+3\boldsymbol{A}-4\boldsymbol{E}=2\begin{pmatrix}2&-2\\-2&2\end{pmatrix}+3\begin{pmatrix}1&-1\\-1&1\end{pmatrix}-4\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}3&-7\\-7&3\end{pmatrix}$$ ……9 分

18．**解** $\left(\begin{array}{cccc|cccc}0&0&0&1&1&0&0&0\\0&0&1&a&0&1&0&0\\0&1&a&a^2&0&0&1&0\\1&a&a^2&a^3&0&0&0&1\end{array}\right)\to\left(\begin{array}{cccc|cccc}1&a&a^2&a^3&0&0&0&1\\0&1&a&a^2&0&0&1&0\\0&0&1&a&0&1&0&0\\0&0&0&1&1&0&0&0\end{array}\right)$ ……2 分

$$\to\left(\begin{array}{cccc|cccc}1&0&0&0&0&0&-a&1\\0&1&a&a^2&0&0&1&0\\0&0&1&a&0&1&0&0\\0&0&0&1&1&0&0&0\end{array}\right)\to\left(\begin{array}{cccc|cccc}1&0&0&0&0&0&-a&1\\0&1&0&0&0&-a&1&0\\0&0&1&a&0&1&0&0\\0&0&0&1&1&0&0&0\end{array}\right)$$

$$\to\left(\begin{array}{cccc|cccc}1&0&0&0&0&0&-a&1\\0&1&0&0&0&-a&1&0\\0&0&1&0&-a&1&0&0\\0&0&0&1&1&0&0&0\end{array}\right)$$ ……7 分

从而 $\boldsymbol{A}^{-1}=\begin{pmatrix}0&0&-a&1\\0&-a&1&0\\-a&1&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$ ……9 分

19．**解** 由 $(\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4,\boldsymbol{\alpha}_5)=\begin{pmatrix}1&1&0&1&-1\\-1&0&2&0&5\\2&2&1&3&-1\\1&2&1&1&2\end{pmatrix}$ ……2 分

$$\to\begin{pmatrix}1&0&0&2&-3\\0&1&0&-1&2\\0&0&1&1&1\\0&0&0&0&0\end{pmatrix}$$ ……6 分

可知该向量组的秩为 3，$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 为一个极大线性无关组，并且有

$\boldsymbol{\alpha}_4=2\boldsymbol{\alpha}_1-\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3$，$\boldsymbol{\alpha}_5=-3\boldsymbol{\alpha}_1+2\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3$. ……9 分

（答案不惟一）

20．**解**　由方程组的增广矩阵

$$(\boldsymbol{A},\boldsymbol{b})\to\left(\begin{array}{cccc:c}1&-1&0&1&0\\0&2&-1&3&-1\\0&0&a-2&0&a-2\\0&0&0&c+1&0\end{array}\right)$$

可知（1）当$c=-1,\ a=2$时，$\mathrm{r}(\boldsymbol{A})=\mathrm{r}(\boldsymbol{A},\boldsymbol{b})=2<4$，

方程组有无穷多解

此时，由$(\boldsymbol{A},\boldsymbol{b})\to\left(\begin{array}{cccc:c}1&-1&0&1&0\\0&2&-1&3&-1\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\end{array}\right)$，

得同解方程组$\begin{cases}x_1= & x_2-x_4\\x_3=1+2x_2+3x_4\end{cases}$

通解为$(0,0,1,0)^{\mathrm{T}}+k_1(1,1,2,0)^{\mathrm{T}}+k_2(-1,0,3,1)^{\mathrm{T}}$，

k_1,k_2为任意常数　　……3 分

（2）当$c\neq-1,\ a=2$时，$\mathrm{r}(\boldsymbol{A})=\mathrm{r}(\boldsymbol{A},\boldsymbol{b})=3<4$，方程组有无穷多解

此时，由$(\boldsymbol{A},\boldsymbol{b})\to\left(\begin{array}{cccc:c}1&-1&0&0&0\\0&2&-1&0&-1\\0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0\end{array}\right)$，得同解方程组$\begin{cases}x_1= & x_2\\x_3=1+2x_2\\x_4=0\end{cases}$

通解为$(0,0,1,0)^{\mathrm{T}}+k_3(1,1,2,0)^{\mathrm{T}}$，$k_3$为任意常数.　　……6 分

（3）当$c=-1,\ a\neq2$时，$\mathrm{r}(\boldsymbol{A})=\mathrm{r}(\boldsymbol{A},\boldsymbol{b})=3<4$，方程组有无穷多解

此时，由$(\boldsymbol{A},\boldsymbol{b})\to\left(\begin{array}{cccc:c}1&-1&0&1&0\\0&2&-1&3&-1\\0&0&1&0&1\\0&0&0&0&0\end{array}\right)\to\left(\begin{array}{cccc:c}1&0&0&5/2&0\\0&1&0&3/2&0\\0&0&1&0&1\\0&0&0&0&0\end{array}\right)$，

得同解方程组$\begin{cases}x_1=-\dfrac{5}{2}x_4\\x_2=-\dfrac{3}{2}x_4\\x_3=1\end{cases}$

通解为$(0,0,1,0)^{\mathrm{T}}+k_4(-\frac{5}{2},-\frac{3}{2},0,1)^{\mathrm{T}}$，$k_4$为任意常数　　……9 分

21. **解** 由 $|\lambda\boldsymbol{E}-\boldsymbol{A}|=\begin{vmatrix}\lambda-1 & 1 & 1\\ 3 & \lambda & -2\\ 3 & -1 & \lambda-1\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}\lambda-1 & 1 & 1\\ 3 & \lambda & -2\\ 0 & -\lambda-1 & \lambda+1\end{vmatrix}$

$$=\begin{vmatrix}\lambda-1 & 2 & 1\\ 3 & \lambda-2 & -2\\ 0 & 0 & \lambda+1\end{vmatrix}=(\lambda+1)^2(\lambda-4)=0$$

得到 $\boldsymbol{A}$ 的特征值为 $\lambda_1=\lambda_2=-1$， $\lambda_3=4$ ……4 分

对于 $\lambda_1=\lambda_2=-1$，求解齐次线性方程组 $(-\boldsymbol{E}-\boldsymbol{A})\boldsymbol{x}=\boldsymbol{0}$，

由 $-\boldsymbol{E}-\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}-2 & 1 & 1\\ 3 & -1 & -2\\ 3 & -1 & -2\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}1 & 0 & -1\\ 0 & 1 & -1\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$

得基础解系 $\boldsymbol{\alpha}_1=(1,1,1)^{\mathrm{T}}$ （或 $\mathrm{r}(-\boldsymbol{E}-\boldsymbol{A})=2\neq 1$） ……7 分

即 $\boldsymbol{A}$ 的 2 重特征值 $\lambda_1=\lambda_2=-1$ 只有 1 个线性无关的特征向量，

因此 $\boldsymbol{A}$ 不可对角化 ……9 分

22. **解** （1）二次型的矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}-3 & 2\\ 2 & 0\end{pmatrix}$，

对于线性变换 $\boldsymbol{x}=\boldsymbol{C}_1\boldsymbol{y}$ 和 $\boldsymbol{x}=\boldsymbol{C}_2\boldsymbol{z}$，

其中 $\boldsymbol{C}_1=\begin{pmatrix}1 & \frac{2}{3}\\ 0 & 1\end{pmatrix}$， $\boldsymbol{C}_2=\begin{pmatrix}1 & -2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$，

有 $\boldsymbol{C}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}\boldsymbol{C}_1=\begin{pmatrix}1 & 0\\ \frac{2}{3} & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3 & 2\\ 2 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & \frac{2}{3}\\ 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3 & 0\\ 0 & \frac{4}{3}\end{pmatrix}$

得标准形 I 为 $-3y_1^2+\frac{4}{3}y_2^2$；

$\boldsymbol{C}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}\boldsymbol{C}_2=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -2 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3 & 2\\ 2 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & -2\\ 2 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5 & 0\\ 0 & -20\end{pmatrix}$

得标准形 II 为 $5z_1^2-20z_2^2$ ……6 分

（2）由 $\boldsymbol{x}=\boldsymbol{C}_1\boldsymbol{y}$ 和 $\boldsymbol{x}=\boldsymbol{C}_2\boldsymbol{z}$，有 $\boldsymbol{C}_1\boldsymbol{y}=\boldsymbol{C}_2\boldsymbol{z}$，推出 $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{C}_1^{-1}\boldsymbol{C}_2\boldsymbol{z}$

令 $\boldsymbol{C}=\boldsymbol{C}_1^{-1}\boldsymbol{C}_2=\begin{pmatrix}1 & -\frac{2}{3}\\ 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & -2\\ 2 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\frac{1}{3} & -\frac{8}{3}\\ 2 & 1\end{pmatrix}$

从而经可逆线性变换 $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{C}\boldsymbol{z}$，将标准形Ⅰ化为标准形Ⅱ. ……9 分

四、证明题：本题 7 分。

23．**证** 设有常数 x_1, x_2，使得 $x_1\boldsymbol{A}\boldsymbol{\alpha}_1+x_2\boldsymbol{A}\boldsymbol{\alpha}_2=\boldsymbol{0}$ ……2 分

由已知条件：$\boldsymbol{A}\boldsymbol{\alpha}_1=\lambda_1\boldsymbol{\alpha}_1, \boldsymbol{A}\boldsymbol{\alpha}_2=\lambda_2\boldsymbol{\alpha}_2$，代入上式，得

$x_1\lambda_1\boldsymbol{\alpha}_1+x_2\lambda_2\boldsymbol{\alpha}_2=\boldsymbol{0}$

由于 $\lambda_1\neq\lambda_2$，故 $\boldsymbol{\alpha}_1, \boldsymbol{\alpha}_2$ 线性无关，推出 $x_1\lambda_1=0, x_2\lambda_2=0$ ……5 分

当 $\lambda_1\neq 0, \lambda_2\neq 0$ 时，必有 $x_1=0, x_2=0$，

从而向量组 $\boldsymbol{A}\boldsymbol{\alpha}_1, \boldsymbol{A}\boldsymbol{\alpha}_2$ 线性无关. ……7 分